

**МЕЖПРЕДМЕТНАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО ПРЕДМЕТАМ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА**

7 класс

М1. Джон и Мэри живут в небоскребе, на каждом этаже которого 10 квартир. Номер этажа Джона равен номеру квартиры Мэри, а сумма номеров их квартир равна 239. В какой квартире живет Джон?

Решение.

1. Пусть x – номер квартиры Джона, тогда номер его этажа – $(239 - x)$.
2. Частное от деления с остатком номера квартиры на 10 равно номеру предыдущего этажа

$$x = 10(239 - x - 1) + r$$

$$3. 11x = 2380 + r, \quad x = 216 + \frac{4+r}{11}, \quad 0 \leq r \leq 9,$$

x – натуральное число

4. Единственно возможный случай – это $r = 7, x = 217$
Джон живет в квартире номер 217.

М2. Внутри отрезка AB взяли произвольную точку M . Точка C – середина отрезка AM , а точка D – середина отрезка MB . Наконец, точка P – середина отрезка CM , а точка Q – середина отрезка MD . Найдите длину отрезка PQ , если длина отрезка AB равна 40 сантиметрам.

Решение.

1. Найдем длину отрезка CD . По условию, длина отрезка CM равна половине длины отрезка AM , а длина отрезка MD – половине отрезка MB . Следовательно, $CD = CM + MD = \frac{1}{2}AM + \frac{1}{2}MB = \frac{1}{2}AB = 20\text{см}$

$$2. PQ = \frac{1}{2}CM + \frac{1}{2}MD = \frac{1}{2}CD = 10\text{см}$$

Ф1. Первую треть времени черепаха ползла со скоростью $v_1 = 1\text{см} \setminus \text{мин}$, вторую треть времени со средней путевой скоростью, а оставшееся время со скоростью на $b = 20\%$ меньше, чем на первом пути времени. Определить среднюю путевую скорость черепахи.

Решение: По определению

$$v_{cp} = \frac{S}{t} = \frac{S_1 + S_2 + S_3}{t} = \frac{v_1 t_1 + v_2 t_2 + v_3 t_3}{t} = \frac{\frac{v_1 t}{3} + \frac{v_2 t}{3} + \frac{v_3 t}{3}}{t}. \quad \text{Так как } v_2 = v_{cp}.$$

В результате преобразования получаем, что $v_{cp} = \frac{v_1 + v_3}{2}$. Из условия задачи

следует, что $v_3 = (1-b)v_1$. Тогда получаем, что $v_{cp} = \frac{v_1(2-b)}{2}$. Ответ:

$$v_{cp} = 0,9\text{см} \setminus \text{мин}.$$

Ф2. Ученик провел опыт, который состоял из следующих этапов. На первом этапе он опустил вертикальный цилиндр в сосуд с плотностью ρ_1 , где он стал плавать как поплавок. На втором этапе он опустил тот же цилиндр в сосуд с плотностью ρ_2 , которая больше, чем плотность в первом опыте. Оказалось, что на втором этапе высота подводной части цилиндра b меньше и равна d_2 . Определить высоту цилиндра.

Решение: $mg = \rho_1 g V_1$, $mg = \rho_2 g V_2$. Откуда $\rho_1 g V_1 = \rho_2 g V_2$. Далее получаем, что

$$\rho_1(V - V_1^*) = \rho_2(V - V_2^*). \text{ Объемы надводных частей найдем } V_1^* = Sd_1, V_2^* = Sd_2. V = SH$$

Откуда получаем, что $H = \frac{d_2(\rho_1 b - \rho_2)}{\rho_1 - \rho_2}$.

ФМ. Экскурсия школьников на Мамаев Курган началась в 10 часов и окончилась в 11 ч 40 минут. Путь до скульптуры «Родина-мать» и обратно проходил по одному и тому же маршруту, при этом скорость движения на горизонтальных участках была 4 км/ч, в гору – 3 км/ч, а под гору – 6 км/ч. Какое расстояние прошли школьники, если во время экскурсии они стояли 50 минут?

Решение.

1. Пусть x км – длина горизонтального участка пути; y км – длина подъема, z км – длина спуска при движении на экскурсии.

2. Тогда $\frac{x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{6} + \frac{x}{4} + \frac{y}{6} + \frac{z}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow x + y + z = \frac{5}{3}$

3. Весь путь, пройденный школьниками $\frac{5}{3} \cdot 2 = 3\frac{1}{3}$ км

Критерии оценивания олимпиадных заданий Максимальная оценка за каждое задание – 7 баллов

Общий подход

7 баллов – задача решена правильно;

6 баллов – задача решена, но есть мелкие замечания к решению (например, не рассмотрены некоторые частные случаи);

5 баллов – задача решена в целом, недостатки решения легко устраняются;

3-4 балла – задача решена «наполовину», т.е. ход решения правильный, есть значительный прогресс в решении, но полное решение требует дополнительных существенных идей;

1-2 балла – задача не решена, но подход к решению правильный или задача решена для простых частных случаев;

0 баллов – решение задачи неправильное и не содержит идей, с помощью которых задача может быть решена, или задача не решалась.

7 класс

№	Критерий	Баллы
М1	Обосновано получен правильный ответ	7
	При делении выражения на 11, выделена целая часть	5
	Приведено правильное рассуждение о делении номера квартиры на 10; указан промежуток изменения остатка	3
	Подбором найдено верное решение	1
	Решение задачи неправильное и не содержит идей, с помощью которых задача может быть решена, или задача не решалась	0
М2	Обосновано получен правильный ответ	7
	Найден правильный ответ без обоснования	5
	Если ответ не получен или получен неверный, но показано, что длина отрезка CD равна половине длины отрезка AB	3
	Решение задачи неправильное и не содержит идей, с помощью которых задача может быть решена, или задача не решалась.	0
Ф1	Задача решена верно в общем виде. Получен верный числовой ответ.	7
	-	6
	-	5
	Записано верное решение, однако, допущена математическая ошибка в преобразованиях.	3
	Записана формула для средней путевой скорости.	1
	Решение задачи неправильное и не содержит идей, с помощью которых задача может быть решена, или задача не решалась.	0
Ф2	Задача решена верно в общем виде.	7
	-	6
	-	5
	Записано верное решение, однако, допущена математическая ошибка в преобразованиях.	3
	Записана формула для средней путевой скорости.	1
	Решение задачи неправильное и не содержит идей, с помощью которых задача может быть решена, или задача не решалась.	0
МФ	Задача решена верно. Записано условие задачи, составлена рабочая формула, математически грамотно проведены преобразования, выполнен математический расчет, записан ответ, который имеет физически реальный смысл).	7
	Задача решена верно, математически грамотно проведены преобразования, допущена негрубая арифметическая ошибка в математическом расчете.	5
	Приведено решение, которое имеет недостатки, связанные с незаконченностью, но правильно выбранным ходом.	3
	Записано правильно условие задачи, указаны физические формулы, на основании которых базируется решение, неправильно выражена искомая величина.	1
	Решение задачи неправильное и не содержит идей, с помощью которых задача может быть решена, или задача не решалась.	0